

ANALISIS KESULITAN MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL APLIKASI INTEGRAL PADA MATERI LUAS DAN VOLUME

Sigit Rimbatmojo

Prodi Pendidikan Matematika

Email : sigitrimbaatmojo@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesulitan belajar mahasiswa dalam menyelesaikan soal aplikasi Kalkulus Integral, khususnya pada materi luas daerah dan volume benda putar. Penelitian menggunakan desain *mixed methods* dengan pendekatan kuantitatif dan kualitatif. Data kuantitatif diperoleh dari hasil jawaban mahasiswa pada soal ujian akhir semester Kalkulus Integral, sedangkan data kualitatif dikumpulkan melalui wawancara terbuka serta telaah mendalam terhadap langkah-langkah penyelesaian yang dituliskan mahasiswa. Selain itu, kajian terhadap hasil penelitian terdahulu yang relevan juga dilakukan untuk memperkaya pemahaman mengenai karakteristik kesulitan belajar mahasiswa pada materi integral. Instrumen tes terdiri atas soal-soal aplikasi integral yang menuntut kemampuan mahasiswa dalam menentukan batas integrasi, memilih metode penyelesaian yang tepat, serta melakukan proses perhitungan integral untuk menentukan luas daerah dan volume benda putar. Analisis data kuantitatif dilakukan dengan menghitung indeks kesulitan soal, sedangkan data kualitatif dianalisis untuk mengidentifikasi jenis dan penyebab kesalahan mahasiswa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa mengalami tingkat kesulitan yang relatif serupa dalam menyelesaikan soal luas daerah maupun volume benda putar. Temuan kualitatif mengungkapkan bahwa sebagian besar kesalahan mahasiswa tidak hanya berkaitan dengan pemilihan metode integral, tetapi juga disebabkan oleh kelemahan dalam manipulasi aljabar, pemahaman grafik fungsi, serta keterbatasan kemampuan prasyarat matematika yang mendukung proses integrasi. Berdasarkan hasil tersebut, dapat disimpulkan bahwa kesulitan mahasiswa dalam aplikasi integral pada materi luas dan volume berkaitan erat dengan penguasaan konsep dasar matematika dan keterampilan prasyarat yang belum optimal. Temuan ini diharapkan dapat menjadi dasar bagi dosen dalam merancang strategi pembelajaran Kalkulus Integral yang lebih menekankan pada penguatan konsep dan keterkaitan antarrepresentasi matematis.

Kata Kunci: Kalkulus integral; kesulitan belajar; analisis kesalahan; volume benda putar

Abstract

This study aims to analyze students' learning difficulties in solving application problems of Integral Calculus, particularly on the topics of area and volume of solids of revolution. The research employed a mixed methods design by integrating quantitative and qualitative approaches. Quantitative data were obtained from students' answers to the final examination of Integral Calculus, while qualitative data were collected through open-ended interviews and an in-depth analysis of students' written solution steps. In addition, relevant findings from previous studies were reviewed to enrich the understanding of students' learning difficulties in integral calculus. The test instrument consisted of integral application problems that required students to determine appropriate limits of integration, select suitable solution methods, and perform integral calculations to find areas and volumes. Quantitative data were analyzed using item difficulty indices, whereas qualitative data were examined to identify the types and causes of students' errors. The results indicate that students experienced relatively similar levels of difficulty in solving area and volume problems. Qualitative findings reveal that most errors were not solely related to the integration process but were also influenced by weaknesses in algebraic manipulation, understanding of function graphs, and insufficient mastery of prerequisite mathematical concepts. These findings suggest the need for strengthening fundamental mathematical concepts and enhancing the connection among multiple representations in teaching Integral Calculus.

Keywords: *Integral calculus; learning difficulties; error analysis; volume of solids*

A. Pendahuluan

Pendahuluan berisi mengenai *state of the art* (kajian review literatur singkat), *gap analysis*, permasalahan dan/atau hipotesis (jika ada), solusi, dan tujuan penelitian. Rujukan yang digunakan ditulis menggunakan nama belakang penulis dan tahun terbitan (Reni, 2019). Pendahuluan mempunyai porsi 10 % dari artikel. Jumlah halaman maksimum 13. Setiap paragraf spasinya 1,15.

Integral kalkulus merupakan materi fundamental dalam pendidikan matematika yang berperan penting dalam pemecahan masalah nyata seperti menghitung luas daerah dan volume benda putar. Meskipun demikian, sejumlah penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa sering mengalami kesulitan dalam memahami dan menerapkan konsep integral dalam konteks aplikasi nyata. Kesulitan ini tidak hanya mencakup aspek prosedural penyelesaian soal, tetapi juga terkait pemahaman konsep matematis yang mendasarinya (Susilo, Darhim & Prabawanto, 2021).

Dalam kajian terbaru, penelitian mengenai kesalahan mahasiswa pada materi integral menunjukkan bahwa terdapat berbagai jenis

kesalahan dalam pemahaman integral, termasuk kelemahan dalam manipulasi aljabar, penggunaan metode penyelesaian yang tepat, serta pemahaman batas integrasi dan representasi grafik pada soal luas dan volume (Salmina, 2025; Kusumaningrum, Irfan & Wijayanto, 2020). Selain itu, pemetaan kesulitan mahasiswa dalam kaitannya dengan aspek berpikir kritis menunjukkan bahwa mahasiswa yang memiliki keterampilan berpikir kritis rendah cenderung mengalami kesulitan lebih mendasar pada berbagai jenis soal integral, termasuk menentukan batas integrasi serta menginterpretasikan grafik fungsi (Susilo et al., 2021).

Walaupun terdapat penelitian yang membahas kesulitan mahasiswa pada materi kalkulus integral secara umum, masih terdapat kekurangan kajian empiris yang fokus secara eksplisit pada *aplikasi integral* dalam konteks *luas daerah* dan *volume benda putar* sekaligus menggabungkan pendekatan kuantitatif dan kualitatif untuk mengevaluasi faktor penyebab kesulitan tersebut. Penelitian terdahulu cenderung mengkaji salah satu aspek saja—misalnya hanya luas (Sumargiyani & Ainurrahman, 2024) atau volume benda putar (Kusumaningrum et al., 2020)—tanpa integrasi menyeluruh terhadap dua topik aplikasi integral yang penting tersebut.

Fenomena ini menunjukkan adanya kesenjangan penelitian (research gap) terkait pemahaman mahasiswa dalam konteks aplikasi integral yang komprehensif pada dua topik utama luas dan volume. Selain itu, masih minim studi yang mengaitkan hasil analisis kesulitan mahasiswa dengan pengembangan strategi pembelajaran yang dapat membantu dosen memperbaiki pemahaman konseptual dan prosedural mahasiswa.

Permasalahan utama yang diangkat dalam penelitian ini ialah: *Bagaimana karakteristik kesulitan belajar mahasiswa dalam menyelesaikan soal aplikasi Kalkulus Integral pada materi luas daerah dan volume benda putar?* Adapun hipotesis awal penelitian ini adalah bahwa mahasiswa mengalami tingkat kesulitan yang serupa pada kedua topik tersebut yang berakar pada kelemahan penguasaan konsep dasar matematika dan keterampilan prasyarat terkait integral.

Penelitian ini berupaya menjawab permasalahan tersebut melalui desain *mixed methods*, yaitu dengan analisis kuantitatif terhadap jawaban ujian akhir semester dan analisis kualitatif wawancara serta telaah jawaban mahasiswa. Dengan demikian, penelitian ini diharapkan dapat memberikan gambaran empiris yang lebih utuh tentang kesulitan belajar mahasiswa pada aplikasi integral serta menjadi landasan bagi pengembangan strategi pembelajaran yang lebih efektif dalam mata kuliah Kalkulus Integral.

B. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan *mixed methods* dengan mengombinasikan data kuantitatif dan kualitatif untuk memperoleh gambaran yang menyeluruh mengenai kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal aplikasi integral pada materi luas daerah dan volume benda putar (Creswell & Plano Clark, 2018). Pendekatan kuantitatif digunakan untuk mengidentifikasi tingkat kesulitan mahasiswa berdasarkan hasil tes, sedangkan pendekatan kualitatif digunakan untuk menelaah secara mendalam bentuk dan penyebab kesalahan yang muncul dalam proses penyelesaian soal (Sugiyono, 2021). Desain penelitian yang digunakan adalah *sequential explanatory*, yaitu pengumpulan dan analisis data kuantitatif dilakukan terlebih dahulu, kemudian diikuti dengan pengumpulan dan analisis data kualitatif untuk memperkuat hasil penelitian kuantitatif.

Subjek penelitian adalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika yang telah menempuh mata kuliah Kalkulus Integral pada semester berjalan di salah satu perguruan tinggi di Indonesia. Penentuan subjek dilakukan dengan teknik *purposive sampling*, dengan kriteria mahasiswa yang telah mengikuti ujian akhir semester Kalkulus Integral. Berdasarkan hasil tes, beberapa mahasiswa dipilih sebagai partisipan wawancara yang mewakili tingkat kesulitan tinggi, sedang, dan rendah, sebagaimana disarankan dalam penelitian analisis kesalahan matematika (Kusumaningrum et al., 2020).

Instrumen penelitian meliputi tes tertulis berupa soal-soal aplikasi integral yang menuntut kemampuan menentukan batas integrasi,

memilih metode penyelesaian yang sesuai, serta menghitung luas daerah dan volume benda putar. Selain itu, digunakan pedoman wawancara terbuka dan lembar analisis jawaban mahasiswa untuk mengidentifikasi pola kesalahan konseptual, prosedural, dan operasional (Nurjanah & Suryadi, 2021). Data kuantitatif dikumpulkan melalui hasil tes, sedangkan data kualitatif diperoleh melalui wawancara dan analisis dokumen berupa langkah-langkah penyelesaian yang dituliskan mahasiswa. Keabsahan data kualitatif dijaga melalui triangulasi teknik dengan membandingkan hasil tes, hasil wawancara, dan analisis dokumen jawaban mahasiswa (Miles et al., 2020).

Analisis data kuantitatif dilakukan dengan menghitung indeks kesulitan soal untuk mengetahui tingkat kesulitan mahasiswa pada setiap indikator materi luas dan volume. Selanjutnya, data kualitatif dianalisis melalui tahapan reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan dengan mengelompokkan kesalahan mahasiswa ke dalam kesalahan konseptual, prosedural, dan operasional. Hasil analisis kuantitatif dan kualitatif kemudian diintegrasikan untuk memperoleh kesimpulan yang komprehensif mengenai karakteristik kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal aplikasi integral.

C. Pembahasan

Hasil penelitian menunjukkan bahwa kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal kalkulus integral berkaitan erat dengan kemampuan mereka dalam memilih dan menggunakan rumus integral yang tepat. Terlepas dari ada atau tidaknya tuntutan penggunaan teknik integral tertentu, penguasaan rumus dasar integral merupakan aspek fundamental yang menentukan keberhasilan proses integrasi. Temuan ini mengindikasikan bahwa kelancaran prosedural dalam menerapkan rumus integral masih menjadi tantangan utama bagi mahasiswa, khususnya ketika menyelesaikan soal aplikasi yang berkaitan dengan luas daerah dan volume benda putar.

Analisis terhadap jawaban mahasiswa menunjukkan bahwa banyak kesalahan muncul pada soal-soal yang secara umum hanya memerlukan penerapan langsung rumus integral, tanpa melibatkan

teknik integral lanjutan. Kesalahan tersebut ditemukan pada berbagai jenis integral, meliputi integral fungsi pangkat, fungsi eksponensial dan logaritmik, fungsi trigonometri, transformasi bentuk trigonometri, serta integral yang menghasilkan fungsi invers trigonometri. Hasil ini sejalan dengan temuan penelitian sebelumnya yang menyatakan bahwa kesulitan mahasiswa sering kali bukan disebabkan oleh kompleksitas teknik integral, melainkan oleh ketidakmampuan mengenali bentuk integran dan mengaitkannya dengan rumus integral yang sesuai (García et al., 2021; Zakaria & Salleh, 2022).

Distribusi tingkat kesulitan pada setiap kategori soal juga menunjukkan bahwa mahasiswa mengalami tingkat kesulitan yang relatif serupa pada berbagai jenis rumus integral. Hal ini mengindikasikan bahwa permasalahan yang dihadapi tidak bersifat spesifik pada jenis fungsi tertentu, tetapi mencerminkan kelemahan yang lebih umum dalam pemahaman konsep dan manipulasi simbolik. Beberapa mahasiswa mengalami kesulitan dalam menyederhanakan bentuk aljabar dan trigonometri sebelum melakukan integrasi, sehingga berdampak pada kesalahan dalam penerapan rumus. Temuan ini memperkuat hasil penelitian terdahulu yang menegaskan bahwa lemahnya penguasaan pengetahuan prasyarat, khususnya aljabar dan trigonometri, berpengaruh signifikan terhadap keberhasilan mahasiswa dalam mempelajari kalkulus integral (Abdullah et al., 2020; Maat & Zakaria, 2023).

Dalam konteks soal aplikasi integral pada materi luas daerah dan volume benda putar, kesulitan tersebut menjadi semakin kompleks karena mahasiswa dituntut untuk mengintegrasikan beberapa kemampuan sekaligus, seperti interpretasi grafik fungsi, penentuan batas integrasi, serta penggunaan rumus integral yang tepat. Oleh karena itu, kesulitan mahasiswa dalam menggunakan rumus integral tidak dapat dipandang sebagai kesalahan prosedural semata, melainkan berkaitan erat dengan keterbatasan pemahaman konseptual dan fondasi matematika yang dimiliki. Temuan ini menegaskan pentingnya penguatan konsep dasar, keterkaitan antarrepresentasi matematis, serta penguasaan materi prasyarat sebagai bagian dari strategi pembelajaran kalkulus integral.

Tabel 1. Distribusi Butir Soal Berdasarkan Tingkat dan Indeks Kesulitan dalam Penggunaan Rumus Integral

Tingkat Kesulitan	Indeks Kesulitan	Jumlah Butir	Persentase
Sangat Sulit	0,81 – 1,00	2	10%
Sulit	0,61 – 0,80	7	35%
Sedang	0,41 – 0,60	9	45%
Mudah	0,21 – 0,40	2	10%
Sangat Mudah	0,01 – 0,20	0	0%
Total	—	20	100%

Berdasarkan Tabel 1, dari total 20 butir soal aplikasi integral yang dianalisis, sebagian besar soal berada pada kategori tingkat kesulitan sedang hingga sulit. Sebanyak 9 butir soal (45%) termasuk dalam kategori sedang dengan indeks kesulitan antara 0,41–0,60, sedangkan 7 butir soal (35%) diklasifikasikan sebagai soal sulit dengan indeks kesulitan 0,61–0,80. Selain itu, terdapat 2 butir soal (10%) yang tergolong sangat sulit, sementara hanya 2 butir soal (10%) yang termasuk kategori mudah dan tidak terdapat soal yang tergolong sangat mudah.

Distribusi ini menunjukkan bahwa lebih dari separuh butir soal (45%) berada pada tingkat kesulitan tinggi (sulit dan sangat sulit). Temuan ini mengindikasikan bahwa mahasiswa masih menghadapi kendala yang signifikan dalam menggunakan rumus integral, meskipun soal-soal tersebut secara umum hanya menuntut penerapan rumus integral tanpa melibatkan teknik integral lanjutan. Hasil ini memperkuat temuan sebelumnya bahwa kesulitan mahasiswa dalam kalkulus integral tidak semata-mata disebabkan oleh kompleksitas prosedur, tetapi lebih berkaitan dengan keterbatasan pemahaman konseptual dan ketepatan dalam memilih rumus integral yang sesuai (Zakaria & Salleh, 2022; Maat & Zakaria, 2023).

Hasil telaah terhadap lembar jawaban mahasiswa menunjukkan bahwa butir soal dengan indeks kesulitan di atas 0,60 umumnya berkaitan dengan penggunaan rumus integral fungsi trigonometri, transformasi bentuk trigonometri, serta integrasi fungsi yang

memerlukan manipulasi aljabar sebelum proses integrasi dilakukan. Kesalahan yang sering muncul meliputi ketidaktepatan dalam menyederhanakan bentuk integran, kesalahan dalam substitusi bentuk fungsi, serta kekeliruan dalam menentukan konstanta dan batas integrasi pada konteks luas daerah dan volume benda putar. Temuan ini sejalan dengan penelitian terdahulu yang menyatakan bahwa kelemahan dalam penguasaan aljabar dan trigonometri sebagai materi prasyarat sangat memengaruhi keberhasilan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral aplikasi (Abdullah et al., 2020; García et al., 2021).

Dengan demikian, hasil analisis berdasarkan indeks kesulitan soal menunjukkan bahwa penggunaan rumus integral masih menjadi sumber utama kesulitan mahasiswa. Kondisi ini menegaskan perlunya strategi pembelajaran kalkulus integral yang tidak hanya berfokus pada hafalan rumus, tetapi juga pada pemahaman makna rumus, keterkaitan antarrepresentasi matematis, serta penguatan konsep prasyarat. Pendekatan pembelajaran yang menekankan eksplorasi grafik, analisis bentuk fungsi, dan refleksi kesalahan diharapkan dapat membantu mengurangi tingkat kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal aplikasi integral pada materi luas dan volume.

Tabel 2. Jenis Soal Sulit Berdasarkan Penggunaan Rumus Integral

Jenis Soal Sulit dalam Penggunaan Rumus Integral	Peringkat Tingkat Kesulitan (1 = Paling Sulit)
Soal dengan transformasi integral trigonometri	1
Soal integral yang menghasilkan fungsi invers trigonometri	2
Soal integral fungsi trigonometri	3

Berdasarkan Tabel 2, jenis soal yang paling sulit bagi mahasiswa adalah soal yang melibatkan transformasi integral trigonometri, yang menempati peringkat pertama sebagai tingkat kesulitan tertinggi. Soal-soal pada kategori ini menuntut kemampuan mahasiswa dalam mengubah bentuk fungsi trigonometri ke dalam bentuk yang lebih sederhana atau sesuai sebelum dilakukan proses integrasi. Kesulitan

tersebut menunjukkan bahwa mahasiswa belum sepenuhnya menguasai keterkaitan antara identitas trigonometri dan penerapannya dalam konteks integrasi. Kondisi ini sejalan dengan temuan penelitian sebelumnya yang menyatakan bahwa transformasi bentuk fungsi merupakan salah satu sumber utama kesalahan mahasiswa dalam kalkulus integral (García et al., 2021).

Jenis soal dengan tingkat kesulitan berikutnya adalah soal integral yang menghasilkan fungsi invers trigonometri. Pada kategori ini, mahasiswa dituntut untuk mengenali pola integran yang berkaitan dengan turunan fungsi invers trigonometri serta melakukan manipulasi aljabar yang tepat. Hasil analisis menunjukkan bahwa mahasiswa sering kali tidak mampu mengidentifikasi bentuk dasar yang mengarah pada fungsi invers trigonometri, sehingga cenderung menggunakan rumus yang tidak sesuai. Temuan ini mendukung hasil penelitian Zakaria dan Salleh (2022) yang mengungkapkan bahwa keterbatasan dalam mengenali struktur bentuk integran menjadi penyebab utama kesalahan mahasiswa dalam penerapan rumus integral.

Sementara itu, soal integral fungsi trigonometri menempati peringkat ketiga sebagai jenis soal yang relatif lebih mudah dibandingkan dua kategori sebelumnya, meskipun tetap tergolong sulit bagi sebagian mahasiswa. Kesalahan yang muncul pada kategori ini umumnya berkaitan dengan ketidaktepatan dalam memilih rumus dasar integral trigonometri serta kekeliruan dalam manipulasi aljabar sederhana. Hal ini menunjukkan bahwa meskipun mahasiswa telah mengenal rumus dasar integral trigonometri, pemahaman konseptual dan ketelitian dalam penerapannya masih perlu ditingkatkan. Temuan ini konsisten dengan penelitian Maat dan Zakaria (2023) yang menegaskan bahwa penguasaan materi prasyarat trigonometri berperan penting dalam keberhasilan mahasiswa mempelajari kalkulus integral.

Secara keseluruhan, hasil analisis berdasarkan Tabel 2 memperlihatkan bahwa tingkat kesulitan mahasiswa meningkat seiring dengan meningkatnya tuntutan kemampuan transformasi simbolik dan pemahaman konsep fungsi trigonometri. Dalam konteks soal aplikasi integral pada materi luas daerah dan volume benda putar, kesulitan ini

berdampak langsung pada ketepatan penentuan model matematika dan proses integrasi. Oleh karena itu, pembelajaran kalkulus integral perlu diarahkan pada penguatan pemahaman identitas trigonometri, pengenalan pola integran, serta latihan yang menekankan hubungan antara bentuk fungsi, grafik, dan rumus integral yang digunakan.

Tabel 3. Kesalahan Umum Mahasiswa dalam Menyelesaikan Integral Tak Tentu

Jenis Kesalahan yang Umum Dilakukan Mahasiswa	Peringkat Frekuensi (1 = Paling Sering)
Kesalahan dalam manipulasi fungsi trigonometri	1
Kesalahan dalam mengidentifikasi rumus integral yang sesuai	2
Kesalahan dalam memilih teknik integrasi yang tepat	3
Kesalahan dalam menentukan turunan fungsi	4
Kesalahan dalam menyederhanakan bentuk aljabar	5

Berdasarkan Tabel 3, kesalahan yang paling sering dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral adalah kesalahan dalam manipulasi fungsi trigonometri. Kesalahan ini mencakup ketidaktepatan dalam menggunakan identitas trigonometri, kesalahan dalam mengubah bentuk fungsi ke bentuk yang lebih sederhana, serta kekeliruan dalam mengaitkan bentuk fungsi dengan rumus integral yang sesuai. Temuan ini memperkuat hasil analisis pada Tabel 2 yang menunjukkan bahwa transformasi integral trigonometri merupakan jenis soal yang paling sulit bagi mahasiswa. Hal ini mengindikasikan bahwa lemahnya penguasaan trigonometri sebagai materi prasyarat berdampak langsung pada kesulitan mahasiswa dalam proses integrasi.

Kesalahan berikutnya yang sering muncul adalah ketidakmampuan mahasiswa dalam mengidentifikasi rumus integral yang tepat. Meskipun rumus dasar integral telah diperkenalkan secara

formal dalam perkuliahan, banyak mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam mengenali struktur integran dan mengaitkannya dengan rumus yang sesuai. Kesalahan ini menunjukkan bahwa pemahaman mahasiswa terhadap makna dan konteks penggunaan rumus integral masih bersifat prosedural dan belum sepenuhnya konseptual. Temuan ini sejalan dengan penelitian sebelumnya yang menegaskan bahwa kesalahan dalam pemilihan rumus sering kali disebabkan oleh keterbatasan pemahaman terhadap bentuk fungsi dan keterkaitannya dengan konsep turunan (Zakaria & Salleh, 2022).

Kesalahan lainnya dalam memilih teknik integrasi juga muncul sebagai kesalahan yang cukup dominan, meskipun pada sebagian soal teknik lanjutan tidak secara eksplisit diperlukan. Kondisi ini menunjukkan bahwa mahasiswa cenderung ragu dalam menentukan strategi penyelesaian yang tepat, terutama ketika dihadapkan pada soal aplikasi integral pada materi luas daerah dan volume benda putar. Kesalahan dalam menentukan turunan fungsi dan menyederhanakan bentuk aljabar menempati peringkat berikutnya, yang mengindikasikan bahwa keterbatasan penguasaan konsep dasar matematika masih memengaruhi keberhasilan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral.

Hasil yang ditunjukkan berdasarkan pada Tabel 3 mempertegas bahwa kesulitan mahasiswa dalam kalkulus integral tidak hanya berkaitan dengan aspek integrasi itu sendiri, tetapi juga sangat dipengaruhi oleh kemampuan prasyarat, khususnya pada materi trigonometri dan aljabar. Dalam konteks pembelajaran kalkulus integral, temuan ini menegaskan pentingnya pendekatan pembelajaran yang menekankan penguatan konsep dasar, refleksi kesalahan, serta integrasi antara pemahaman prosedural dan konseptual. Dengan demikian, dosen perlu merancang strategi pembelajaran yang secara sistematis membantu mahasiswa membangun koneksi antara rumus, representasi fungsi, dan konteks aplikasi integral.

Berdasarkan hasil analisis, dapat disimpulkan bahwa kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal aplikasi kalkulus integral, khususnya pada materi luas daerah dan volume benda putar, bersifat

kompleks dan saling berkaitan. Distribusi tingkat kesulitan soal menunjukkan bahwa sebagian besar butir soal berada pada kategori sedang hingga sulit, yang mengindikasikan bahwa penggunaan rumus integral masih menjadi tantangan utama bagi mahasiswa. Temuan ini diperkuat oleh hasil identifikasi jenis soal sulit yang didominasi oleh soal dengan transformasi integral trigonometri serta integral yang menghasilkan fungsi invers trigonometri, yang menuntut kemampuan manipulasi simbolik dan pemahaman konsep yang lebih mendalam. Selain itu, kesalahan umum mahasiswa yang paling sering muncul berkaitan dengan manipulasi fungsi trigonometri dan ketidaktepatan dalam mengidentifikasi rumus integral yang sesuai, yang menunjukkan lemahnya penguasaan materi prasyarat sebagai fondasi pembelajaran kalkulus integral. Secara keseluruhan, temuan penelitian ini menegaskan bahwa kesulitan mahasiswa tidak hanya bersumber pada aspek prosedural integrasi, tetapi juga pada keterbatasan pemahaman konseptual, kemampuan representasi matematis, serta keterkaitan antara konsep aljabar, trigonometri, dan kalkulus. Oleh karena itu, pembelajaran kalkulus integral perlu dirancang secara lebih terintegrasi dengan menekankan penguatan konsep dasar, pengembangan kemampuan transformasi simbolik, serta refleksi terhadap kesalahan sebagai bagian dari proses pembelajaran bermakna.

D. Kesimpulan (5%)

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, dapat disimpulkan bahwa mahasiswa masih mengalami kesulitan yang cukup signifikan dalam menyelesaikan soal aplikasi kalkulus integral pada materi luas daerah dan volume benda putar. Tingkat kesulitan yang dialami mahasiswa cenderung berada pada kategori sedang hingga sulit, yang menunjukkan bahwa penggunaan rumus integral belum dikuasai secara optimal meskipun soal yang diberikan sebagian besar tidak menuntut penerapan teknik integral lanjutan.

Kesulitan mahasiswa terutama terlihat pada soal-soal yang melibatkan transformasi integral trigonometri serta integral yang menghasilkan fungsi invers trigonometri. Selain itu, kesalahan yang paling sering dilakukan mahasiswa berkaitan dengan manipulasi fungsi trigonometri, ketidaktepatan dalam mengidentifikasi rumus integral yang

sesuai, dan kekeliruan dalam menentukan strategi penyelesaian. Temuan ini menunjukkan bahwa kesalahan mahasiswa tidak hanya bersifat prosedural, tetapi juga berakar pada lemahnya pemahaman konseptual dan keterbatasan penguasaan materi prasyarat, khususnya aljabar dan trigonometri.

Secara keseluruhan, penelitian ini menegaskan bahwa kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal aplikasi integral pada materi luas dan volume berkaitan erat dengan kemampuan mengintegrasikan berbagai konsep matematika yang telah dipelajari sebelumnya. Oleh karena itu, pembelajaran kalkulus integral perlu diarahkan pada penguatan konsep dasar, peningkatan kemampuan transformasi simbolik, serta pengembangan keterkaitan antarrepresentasi matematis agar mahasiswa mampu menyelesaikan soal aplikasi integral secara lebih bermakna dan sistematis.

Daftar Pustaka

- Abdullah, A. H., Abidin, N. L. Z., & Ali, M. (2020). Analysis of students' errors in solving calculus problems. *Journal of Physics: Conference Series*, 1529(4), 042056. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1529/4/042056>
- Allolayuk, S., Tjenemundan, D., & Fentar, Y. C. (2023). Analisis kesulitan belajar mahasiswa dalam menerapkan integral untuk menghitung luas daerah. *Jurnal Pendidikan Tambusai*, 7(2), 4857–4865. <https://doi.org/10.31004/jptam.v7i2.6947>
- Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2018). *Designing and conducting mixed methods research* (3rd ed.). SAGE Publications.
- García, T., Rodríguez, C., & Martínez, R. (2021). Students' understanding of integration and its applications: A conceptual perspective. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(6), 873–890. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1717656>
- Kusumaningrum, B., Irfan, M., & Wijayanto, Z. (2020). *Errors analysis of students in solving volume of the solid of revolution problem in term of critical thinking aspects*. Kalamatika: Jurnal Pendidikan

- Matematika, 5(2), 119–132.
<https://doi.org/10.22236/KALAMATIKA.vol5no2.2020pp119-132>
- Maat, S. M., & Zakaria, E. (2023). Difficulties in learning integral calculus among undergraduate students: The role of prior mathematical knowledge. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(2), em2221.
<https://doi.org/10.29333/ejmste/12891>
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2020). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (4th ed.). SAGE Publications.
- Nurjanah, S., & Suryadi, D. (2021). Students' errors in solving integral calculus problems based on Newman error analysis. *Journal of Physics: Conference Series*, 1806(1), 012040.
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/1806/1/012040>
- Nursyahidah, F., & Albab, I. U. (2024). *Investigating student difficulties on integral calculus based on critical thinking aspects*. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 4(2), 15507.
<https://doi.org/10.21831/jrpm.v4i2.15507>
- Sugiyono. (2021). *Metode penelitian pendidikan: Pendekatan kuantitatif, kualitatif, dan R&D*. Alfabeta
- Sumargiyani. (2024). Analisis kesalahan mahasiswa berdasarkan tahapan Kastolan materi luas daerah bidang datar. *Jurnal Pendidikan MIPA*, 14(3), 1937. <https://doi.org/10.37630/jpm.v14i3.1937>
- Sumargiyani. (2025). Analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal volume benda putar menggunakan tahapan. *Jurnal Pendidikan MIPA*, 15(1), 2433. <https://doi.org/10.37630/jpm.v15i1.2433>
- Susilo, B. E., Darhim, D., & Prabawanto, S. (2021). Students' learning difficulties in integral calculus based on critical thinking skills. *Journal of Physics: Conference Series*, 1918(4), 1–6.
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/1918/4/042058>
- Zakaria, E., & Salleh, T. S. (2022). Students' errors in applying integration formulas in calculus problem solving. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 21(1), 1–18.
<https://doi.org/10.26803/ijlter.21.1.1>